

Ecuaciones Diferenciales II Examen XV

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Ecuaciones Diferenciales II Examen XV

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Granada, 2026

Asignatura Ecuaciones Diferenciales II.

Curso Académico 2022/2023.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Rafael Ortega Ríos.

Descripción Convocatoria Ordinaria.

Fecha 16 de junio de 2023.

Ejercicio 1. Para cada $n \geq 1$ la función $f_n : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ es continua y cumple $f_n(1/n) = f_n(-1/n) = 1$, $f_n(0) = 0$. Demuestra que la sucesión $\{f_n\}_{n \geq 1}$ no converge uniformemente.

Ejercicio 2. Encuentra todas las funciones continuas $x : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ que cumplen

$$x(t) = \int_0^{t/2} x(s) ds, \quad \forall t \in [0, 1].$$

Ejercicio 3. Dados $t_0, x_0 \in \mathbb{R}$, encuentra el intervalo maximal de la solución del problema

$$\dot{x} = x^3, \quad x(t_0) = x_0.$$

Ejercicio 4. Se considera la ecuación integral

$$x(t) = \sin \left(2 + \int_0^t x(s) ds \right), \quad t \in \mathbb{R}.$$

Se supone que las posibles soluciones son funciones continuas $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Encuentra un problema de valores iniciales que sea equivalente.

Observación. La incógnita será una primitiva de $x(t)$.

Ejercicio 5. La solución del problema de Cauchy

$$\ddot{\theta} + 4 \sin \theta = 0, \quad \theta(0) = \theta_0, \quad \dot{\theta}(0) = \omega_0$$

se denota por $\theta(t; \theta_0, \omega_0)$. Calcula, si existe, $\frac{\partial \theta}{\partial \omega_0}(t; \pi, 0)$.

Ejercicio 6.

i) Dado un parámetro $\varepsilon > 0$, $x(t, \varepsilon)$ es la solución del problema

$$\dot{x} = \sin(\varepsilon x) + e^t, \quad x(0) = \pi.$$

Calcula, si existe, $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} x(2\pi, \varepsilon)$.

ii) Dado un parámetro $\varepsilon > 0$, $x(t, \varepsilon)$ es la solución del problema

$$\varepsilon \dot{x} = e^x \sin t, \quad x(0) = \pi.$$

Calcula, si existe, $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} x(2\pi, \varepsilon)$.